令和５年度入試（令和４年度実施）の情報開示
解答例について

入試の区分	一般選抜　後期日程
学部学科等	都市デザイン学部材料デザイン工学科
教科・科目名	その他／ 総合問題
正解・解答例又は出題（面接）意図	（解答例） 別紙のとおり
備　　考	

II (1)

複素数 $z=x+iy$ を極形式で表すと $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$。

ここで、r は z の絶対値 $r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}$

θ は z の偏角で $\cos\theta=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}=\dfrac{x}{r}$

$\sin\theta=\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}=\dfrac{y}{r}$,

複素数 $\alpha=-2+2i$ は実部 $x=-2$, 虚部 $y=2$ であるので、

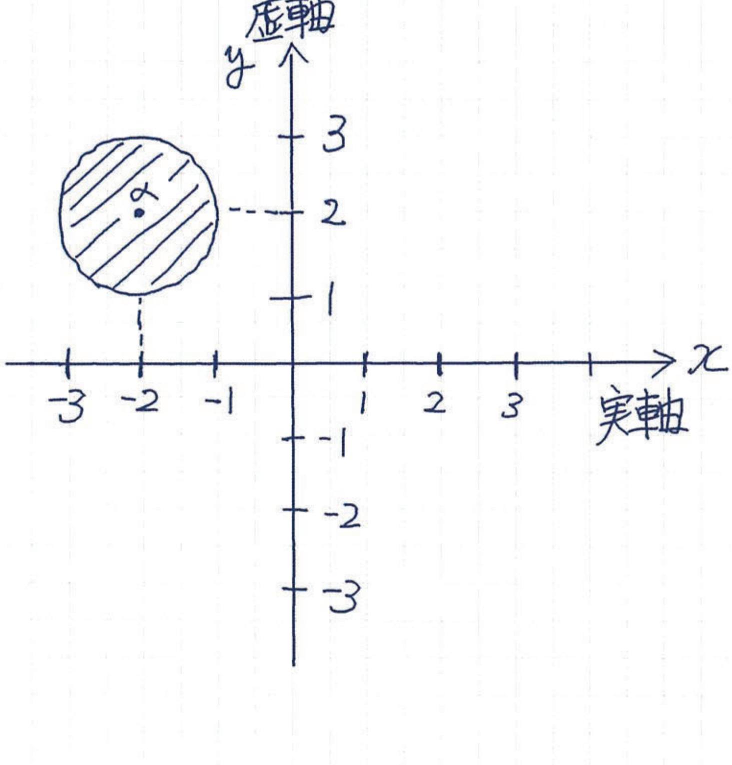
$r=|\alpha|=\sqrt{(-2)^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ //

$\cos\theta=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$, $\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ は、$0\leqq\theta<2\pi$ では $\theta=\dfrac{3}{4}\pi$ //

よって求める複素数 α の極形式は

$$\alpha=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right) //$$

(2) $|z-\alpha|\leqq 1$ は複素数平面上で点 $(-2,2)$ を中心とする半径 1 の円の内部の斜線部分である。ただし、境界線を含む。



(3)

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ と極形式で表すとする。これを両辺3乗すると

$z^3 = r^3(\cos\theta + i\sin\theta)^3 = r^3(\cos 3\theta + i\sin 3\theta) \cdots ①$

ここでド・モアブルの定理を用いた。

$\alpha = -2+2i$ の極形式は(1)より

$z^3 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi + i\sin\frac{3}{4}\pi\right) \cdots ②$

①と②を比較することにより、

$r^3 = 2\sqrt{2}$ より $r = \sqrt{2}$

$3\theta = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$ より $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi$ (kは整数)

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲では、$k = 0, 1, 2$ となる。

整数 $k = 0, 1, 2$ の場合の解をそれぞれ z_0, z_1, z_2 とすると

$z_0 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1+i$ //

$z_1 = \sqrt{2}\left\{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\pi\right)\right\}$

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{2}{3}\pi - \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{2}{3}\pi + i\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{2}{3}\pi\right)$

$= \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \sqrt{2}i\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= -\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ //

$z_2 = \sqrt{2}\left\{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{4}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{4}{3}\pi\right)\right\}$

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{4\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{4\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + \sqrt{2}i\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}+1}{2}i$

//

(4)

$|z|=r_0$ は複素数平面上の原点中心，半径r_0の円である。

$z=r_0(\cos\theta+i\sin\theta)$として，$w$の右辺に代入する。

$$w=\frac{1}{4}(z+z^{-1})=\frac{1}{4}\left\{r_0(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{r_0(\cos\theta+i\sin\theta)}\right\}$$

$$=\frac{1}{4}\left\{r_0(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{r_0}\frac{(\cos\theta-i\sin\theta)}{(\cos\theta+i\sin\theta)(\cos\theta-i\sin\theta)}\right\}$$

$$=\frac{r_0}{4}(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{4r_0}(\cos\theta-i\sin\theta)$$

$$=\frac{1}{4}\left(r_0+\frac{1}{r_0}\right)\cos\theta+\frac{i}{4}\left(r_0-\frac{1}{r_0}\right)\sin\theta.$$

$w=x+iy$とすると，$\begin{cases} x=\frac{1}{4}\left(r_0+\frac{1}{r_0}\right)\cos\theta \cdots ① \\ y=\frac{1}{4}\left(r_0-\frac{1}{r_0}\right)\sin\theta \cdots ② \end{cases}$

と表すことができる。

(i) $r_0=1$の場合 ①，②より

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}\cos\theta \\ y=0 \end{cases}$$

$-1\leqq\cos\theta\leqq1$ より $-\frac{1}{2}$から$\frac{1}{2}$までの実軸x上の直線となる。//

(ii) $r_0>1$の場合．①，②を次式に変形し

$$\cos\theta=\frac{4x}{r_0+\frac{1}{r_0}}\cdots ③,\quad \sin\theta=\frac{4y}{r_0-\frac{1}{r_0}}\cdots ④$$

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ の関係式を用いると．

$$\frac{4^2x^2}{\left(r_0+\frac{1}{r_0}\right)^2}+\frac{4^2y^2}{\left(r_0-\frac{1}{r_0}\right)^2}=1 \cdots ⑤$$

を得る。

(4) 続き,

ここで $a=\frac{1}{4}\left(r_0+\frac{1}{r_0}\right)$, $b=\frac{1}{4}\left(r_0-\frac{1}{r_0}\right)$ とおく

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \cdots ⑥ \text{ となる。}$$

$r_0>1$ より $a>b>0$ で. 長軸の長さ $2a$, 短軸の長さ $2b$,

$(\pm\sqrt{a^2-b^2}, 0)$ を焦点とするだ円となる。//

2

1．$\frac{n_1}{n_2}=\frac{1.8}{1.5}=1.2$

2．C 点での入射角を θ ₂、屈折角を θ ₃とすると

$$n_2=\frac{\sin\theta}{\sin\theta_2} \qquad n_1=\frac{\sin\phi}{\sin\theta_3} \qquad \frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3}$$

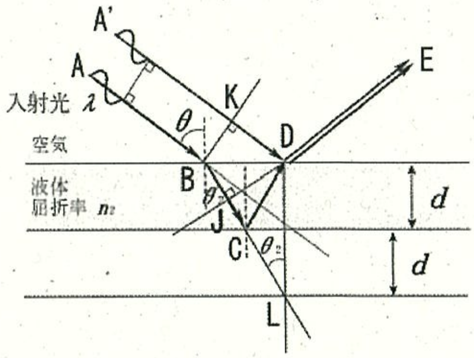
よって　$\sin\phi=\sin\theta$　　　$\phi=\theta$

3．$n=1 \;<\; n_2=1.5 \;<\; n_1=1.8$ なので

A'-D-E では位相が π ずれる　（λ／2）

B-C-D でも位相が π ずれる　（λ／2）

よって　D での位相はそろっている



$$n_2=\frac{\sin\theta}{\sin\theta_2}$$

D から BC に下ろした垂線の交点を J とする

CD=CL　なので　三角形 DJL に関して

光路差は JC＋CD＝JL＝ 2 n_2 d cos θ ₂

$$=2n_2d\sqrt{1-\frac{sin^2\theta}{n_2^2}}=2d\sqrt{n_2^2-sin^2\theta}=m\lambda$$

（m＝0、1、2、3・・・）

4．s_1は液体中でのずれ、s_2はガラス中でのずれとすると

$s=s_1+s_2$

$s_1=BC\sin(\theta-\theta_2)$　、　$d=BC\cos\theta_2$　、$n_2=\sin\theta/\sin\theta_2$より

$$s_1=\frac{d\sin(\theta-\theta_2)}{\cos\theta_2}=\frac{d(\sin\theta\cos\theta_2-\cos\theta\sin\theta_2)}{\cos\theta_2}=d\left(\sin\theta-\cos\theta\frac{\sin\theta_2}{\cos\theta_2}\right)$$

$$=d\left(\sin\theta-\cos\theta\frac{\frac{\sin\theta}{n_2}}{\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_2^2}}}\right)$$

$$=d\sin\theta\left(1-\cos\theta\frac{1}{\sqrt{n_2^2-\sin^2\theta}}\right)$$

同様に

s ₂=CFsin(θ − θ ₃) 、2 d =CFcos θ ₃ 、n₁=sin ϕ ／sin θ ₃ ＝ sin θ ／sin θ ₃ より

$$s_2=\frac{2d}{\cos\theta_3}(\sin\theta\cos\theta_3-\cos\theta\sin\theta_3)$$

$$=2\mathrm{d}(\sin\theta-\cos\theta\frac{\sin\theta_3}{\cos\theta_3})$$

$$=2\mathrm{d}\left(\sin\theta-\cos\theta\frac{\sin\theta}{n_1\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{n_1^2}}}\right)$$

$$=2d\sin\theta\left(1-\frac{\cos\theta}{\sqrt{n_1^2-\sin^2\theta}}\right)$$

よって

$$s=s_1+s_2=d\sin\theta\left(1-\cos\theta\frac{1}{\sqrt{n_2^2-\sin^2\theta}}\right)+2d\sin\theta\left(1-\cos\theta\frac{1}{\sqrt{n_1^2-\sin^2\theta}}\right)$$

3

問1	(1)	熱化学方程式は，左辺の化学エネルギーが右辺の化学エネルギーと熱エネルギーの和に等しいことを表している。発熱反応であるということは，右辺の方が熱としてのエネルギーを過剰にもっていることを意味しているので熱量の符号はプラスである。
	(2)	求めたい熱量は，水素イオンと水酸化物イオン間の中和熱である。式1の熱量は，水酸化ナトリウムの水への溶解熱と水素イオンと水酸化物イオン間の中和熱の和である。式2の熱量は，水酸化ナトリウムの水への溶解熱のみである。したがって，式1と式2の熱量の差を求めればよい。

問2

蒸発した水の物質量をxとおくと，蒸発した水は，25 °C，1.0 気圧で 2440 L であり，水（気体）は，1.0 mol，25 °C，1.0 気圧で 24.4 L なので，

x : 2440 L = 1.0 mol : 24.4 L である。したがって，蒸発した水の物質量 x は 100 mol である。また，1 mol の塩化ナトリウムが溶けた 100 mol の水を，一定温度のもと完全に蒸発させるために 4396 kJ の熱を溶液に加えたので，

$$\mathrm{NaCl\,aq = NaCl\,(固体) + 100H_2O\,(気体) - 4396\,kJ}$$

である。　また式 1 から，

$$\mathrm{100\,H_2O\,(気体) = 100\,H_2O\,(液体) + 4400\,kJ}$$

なので，

$$\begin{aligned}\mathrm{NaCl\,aq} &= \mathrm{NaCl\,(固体) + 100\,H_2O\,(液体) + 4400\,kJ - 4396\,kJ} \\ &= \mathrm{NaCl\,(固体) + 100\,H_2O\,(液体) + 4\,kJ}\end{aligned}$$

を得る。したがって，

$$\mathrm{NaCl\,(固体) + 100\,H_2O\,(液体) = NaCl\,aq - 4\,kJ}$$

である。$\mathrm{100H_2O}$（液体）を多量の水と見なすと，塩化ナトリウムを水に溶かしたときの熱化学方程式は，

$$\mathrm{NaCl\,(固体) + aq = NaCl\,aq - 4\,kJ}$$

である。