令和４年度入試（令和３年度実施）の情報開示
解答例又は出題意図について

入試の区分	一般選抜（後期日程）
学部学科等	都市デザイン学部材料デザイン工学科
教科・科目名	その他／ 総合問題
正解・解答例又は出題（面接）意図	（解答例又は出題意図） 別紙のとおり
備　　考	

受験番号	

1

<table>
<tr><td>(a)</td><td colspan="3">$\mu' mg$</td></tr>
<tr><td>(b)</td><td>$v_0 - \mu' g t$</td><td>(c)</td><td>$\frac{v_0}{\mu' g}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(d)</td><td colspan="3">解き方　　運動エネルギー：$\frac{1}{2}mv_0{}^2$
移動距離：自由落下の公式を応用すると移動距離は$v_0 t' - \frac{1}{2}\mu' g (t')^2$
t'は静止するまでの時間。すなわち(c)の答え。これをt'に代入すると
$\frac{(v_0)^2}{\mu' g} - \frac{1}{2}\mu' g \frac{(v_0)^2}{(\mu' g)^2} = \frac{1}{2}\frac{(v_0)^2}{\mu' g}$
摩擦力による仕事：常に同じ大きさの摩擦力[(a)の答え]がかかるので上述の移動距離をかけてさらに負の仕事になることに注意して</td></tr>
<tr><td>$-\mu' mg \times \frac{1}{2}\frac{(v_0)^2}{\mu' g}$
$= \frac{1}{2} m v_0{}^2$</td><td colspan="2">運動エネルギー：$\frac{1}{2}mv_0{}^2$</td></tr>
<tr><td>移動距離：$\frac{1}{2}\frac{(v_0)^2}{\mu' g}$</td><td colspan="2">摩擦力による仕事：$-\frac{1}{2}mv_0{}^2$</td></tr>
<tr><td>(e)</td><td>$g \sin\theta - \mu' g \cos\theta$</td><td>(f)</td><td>$\mu' > \tan\theta$</td></tr>
</table>

2

(1)　3 点 A$(0,0,2)$，B$(0,-2,1)$，C$(1,1,2)$ について $\overrightarrow{\alpha}=\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{\beta}=\overrightarrow{AC}$ とおくと $\overrightarrow{\alpha}=(0,-2,-1)$，$\overrightarrow{\beta}=(1,1,0)$。

平面 S 上の点を F(x,y,z) とすると $\overrightarrow{AF}$ は

$$\overrightarrow{AF}=s\overrightarrow{\alpha}+t\overrightarrow{\beta}\quad (s\text{ と }t\text{ は任意の実数})$$

と書ける。これを成分表記すると

$$x=t,\quad y=t-2s,\quad z=2-s \qquad \cdots①$$

となり，これが平面の方程式を表す。①から s と t を消去すれば

$$x-y+2z-4=0 \qquad \cdots②$$

(2)「円 M の半径は 2」より点 P は $|\overrightarrow{AP}|^2=2^2$ を満たす。$|\overrightarrow{\alpha}|^2=5$，$|\overrightarrow{\beta}|^2=2$，$\overrightarrow{\alpha}\cdot\overrightarrow{\beta}=-2$ であるから

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{AP}|^2&=|s\overrightarrow{\alpha}+t\overrightarrow{\beta}|^2\\&=s^2|\overrightarrow{\alpha}|^2+2st(\overrightarrow{\alpha}\cdot\overrightarrow{\beta})+t^2|\overrightarrow{\beta}|\\&=5s^2-4st+2t^2\end{aligned}$$

よって s と t が満たすべき条件は

$$5s^2-4st+2t^2=4 \qquad \cdots③$$

円 M の方程式は①と③により与えられる。

点 Q(x,y,z) は xy 平面上にあるから $z=0$ であり，点 Q の x と y は点 P(x,y,z) の x と y にそれぞれ等しいから，①より

$$x=t,\quad y=t-2s,\quad z=0 \qquad \cdots④$$

楕円 M$'$ の方程式は④と③により与えられ，ここから s と t を消去すれば次式が得られる：

$$5x^2-2xy+5y^2=16 \qquad \cdots⑤$$

(3) 円 M の中心 A は z 軸上にあるから楕円 M$'$ の中心は原点となる。ゆえに原点 O と楕円上の点 Q を結ぶ線分 $\overline{OQ}$ の長さが最大となるとき，この線分は長軸上にある。

⑤を y について解くと

$$y=\frac{x\pm 2\sqrt{2(10-3x^2)}}{5} \qquad \cdots⑥$$

となる。ここで x の値域は

$$-\sqrt{\frac{10}{3}}\leqq x\leqq\sqrt{\frac{10}{3}} \qquad \cdots⑦$$

⑥より $\overline{OQ}$ の長さは

$$\begin{aligned}\overline{OQ}^2&=x^2+\left\{\frac{x\pm 2\sqrt{2(10-3x^2)}}{5}\right\}^2\\&=\frac{2}{25}\left\{40+x^2\pm 2x\sqrt{2(10-3x^2)}\right\}\end{aligned}$$

楕円 M$'$ は原点に関して点対称であるから，複号はプラスの場合のみを考えれば良い。そこで

$$f(x)=x^2+2x\sqrt{2(10-3x^2)}$$

とおき $f(x)$ の最大値を調べる。$f(x)$ の微分は

$$f'(x)=\frac{40-24x^2+2x\sqrt{2(10-3x^2)}}{\sqrt{2(10-3x^2)}}$$

$f'(x)=0$ となるのは分子が 0 のとき。よって

$$\frac{12x^2-20}{x}=\sqrt{2(10-3x^2)}\ (\geqq 0) \qquad \cdots⑧$$

辺々自乗して整理すると

$$3x^4-10x^2+8=0 \qquad \cdots⑨$$

ただし⑧の値が正か零であることより

$$-\sqrt{\frac{5}{3}}\leqq x\leqq 0\quad\text{または}\quad\sqrt{\frac{5}{3}}\leqq x \qquad \cdots⑩$$

条件⑩と⑦のもとで⑨を解くと

$$x=-\frac{2}{\sqrt{3}},\ \sqrt{2}$$

$f(x)$ の増減は表 1 のようになる。$x=\sqrt{2}$ のとき $\overline{OQ}$ は最大で 2。このとき⑥より $y=\sqrt{2}$。ゆえに長軸の端点は $(\sqrt{2},\sqrt{2},0)$ であり，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$。

(4) 平面 S の法線ベクトルは②より $(1,-1,2)$ であるから，円 M 上の点 P(x_0,y_0,z_0) を通り平面 S に垂直な直線 ℓ の方程式は

$$\begin{cases}x-x_0=k\\y-y_0=-k\\z-z_0=2k\end{cases}\quad (k\text{ は任意の実数}) \qquad \cdots⑪$$

点 R において $z=0$ であるから⑪より

$$k=-\frac{z_0}{2} \qquad \cdots⑫$$

が得られ，⑫を⑪に代入すれば点 R の座標は $\left(x_0-\dfrac{z_0}{2}, y_0+\dfrac{z_0}{2}, 0\right)$ となる。ゆえに線分 $\overline{\mathrm{PR}}$ の長さは

$$\left|\overline{\mathrm{PR}}\right|^2=\frac{3}{2}z_0^2$$

ここで①より $z_0=2-s$ であり，さらに③より $-\dfrac{2}{\sqrt{3}} \leqq s \leqq \dfrac{2}{\sqrt{3}}$ であるから，z_0 は常に正。

したがって，$\overline{\mathrm{PR}}$ が最大となるのは点 P の z_0 が最大のときであり，それは③において s が最小となるときである。

③を s について解くと

$$s=\frac{2t\pm\sqrt{2(10-3t^2)}}{5} \qquad \cdots⑬$$

となるが，最小値を探すので複号がマイナスの場合を考える。t の値域は $-\sqrt{\dfrac{10}{3}} \leqq t \leqq \sqrt{\dfrac{10}{3}}$。

s を t で微分すると

$$\frac{ds}{dt}=\frac{2}{5}\frac{\sqrt{2(10-3t^2)}+3t}{\sqrt{2(10-3t^2)}}$$

$\dfrac{ds}{dt}=0$ となるのは

$$\sqrt{2(10-3t^2)}=-3t\ (\geqq 0)$$

のとき。これを解いて

$$t=-\frac{2}{\sqrt{3}}$$

このとき，⑬より $s=-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$。

以上より，s の増減表は表 2 のようになる。

①よりこのときの座標は

$$\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}}\right)$$

ゆえに

$$\left|\overline{\mathrm{PR}}\right|=\sqrt{\frac{3}{2}}\left|2-s\right|=\sqrt{2}+\sqrt{6}$$

表 2

t	$-\sqrt{\dfrac{10}{3}}$	$\cdots$	$-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$	$\cdots$	$\sqrt{\dfrac{10}{3}}$
$\dfrac{ds}{dt}$	$(-\infty)$	$-$	0	$+$	$(+\infty)$
s		$\searrow$	$-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$	$\nearrow$	

表 1

x	$-\sqrt{\dfrac{10}{3}}$	$\cdots$	$-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$	$\sqrt{\dfrac{10}{3}}$
$f'(x)$	$(-\infty)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$(-\infty)$
$f(x)$	$\dfrac{10}{3}$	$\searrow$	$-\dfrac{20}{3}$	$\nearrow$	10	$\searrow$	$\dfrac{10}{3}$
$\overline{\mathrm{OQ}}$		$\searrow$	$\sqrt{\dfrac{8}{3}}$	$\nearrow$	2	$\searrow$	
			短軸長		長軸長		

3

受験番号								

問（1）

水中のコロイド粒子を暗視野顕微鏡で観察すると，光った点が不規則に動いている様子が見られる。このような運動をブラウン運動という。（６３字）

問（2）

イ，オ

問（3）

計算過程

浸透圧を P，体積を V，物質量を n，絶対温度を T とすると，

$PV = nRT$, $mw = 180.0$ より

$$P = (3.6 / 180.0) \times 8.31 \times 10^3 \times 300 / 0.250 = 2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

浸透圧　2.0×10^5　Pa

問（4）

化学反応式

$$FeCl_3 + 3\,H_2O \rightarrow Fe(OH)_3 + 3\,HCl$$